

Piotr Łętkowski  
Instytut Nafty i Gazu, Kraków

## Zastosowanie algorytmu mrówkowego w procesie kalibracji symulacyjnego modelu złożowego

### Wstęp

Zbudowanie efektywnych metod określania wiarygodności danych oraz technik kalibracji modelu symulacyjnego (ang. *history matching*) jest istotnym problemem inżynierii złożowej. Kalibracja modelu symulacyjnego stanowi próbę rozwiązania złożonego, źle uwarunkowanego problemu odwrotnego i polega na wprowadzeniu w modelu symulacyjnym zmian, które spowodują odtworzenie historycznych danych eksploatacyjnych. Jednym z głównych problemów jest fakt, że problem kalibracji – jak większość problemów odwrotnych – nie posiada jednoznacznego rozwiązania. Oznacza to, że różne kombinacje parametrów wejściowych mogą generować zadowalającą zgodność z danymi obserwacyjnymi. Jednym ze sposobów rozwiązania tego problemu jest równoległe operowanie na wielu alternatywnych modelach symulacyjnych, w celu znalezienia w przestrzeni rozwiązań rozwiązania optymalnego. Podejście takie wymaga jednak zastosowania technik wspomagających, które pozwalają na równoczesną analizę realistycznych modeli złożowych zawierających dane produkcyjne oraz dużą liczbę parametrów.

Jedną z pierwszych prób zbudowania mechanizmu wspomagającego proces kalibracji modelu symulacyjnego podjął Chen et al. [5], który sformułował ten problem jako zagadnienie optymalnej kontroli. Obecnie można wyróżnić kilka kategorii metod wspomagania procesu kalibracji modelu symulacyjnego. Są to m.in. metody gradientowe [1], metody filtrowania cząstek, np. metoda filtru Kalmana [10, 12, 13], oraz metody próbkowania stochastycznego.

Ostatnia z wymienionych kategorii stała się bardzo popularna w ostatnich latach, co spowodowało jej szybki rozwój. Możemy go obserwować w postaci wielu stosowanych z powodzeniem realizacji. Do tej grupy metod należą:

- metoda sąsiedztwa [18],

- algorytmy genetyczne i ewolucyjne [2, 4, 8, 9],
- symulowane wyżarzanie [19],
- przeszukiwanie rozproszone [17],
- metoda tabu [20],
- metoda hamiltonianu Monte Carlo [16],
- metoda inteligencji roju [11, 16],
- metoda łańcuchów Markowa [15],
- metoda aproksymacji stochastycznej [7],
- metoda optymalizacji chaotycznej [14].

Algorytm stosowany w procesie automatycznej kalibracji modelu symulacyjnego musi szybko operować w wielowymiarowej przestrzeni rozwiązań oraz skutecznie poszukiwać dobrych rozwiązań przy ograniczonej liczbie symulacji. Wybór odpowiedniej metody optymalizacji ma szczególne znaczenie w sytuacji, gdy poszukujemy oszacowania wielu parametrów przy obecności wielokrotnych minimów lokalnych – czyli w sytuacji, z którą mamy do czynienia w przypadku kalibrowania modeli złożowych. Właśnie umiejętność radzenia sobie z obecnością minimów lokalnych była jedną z głównych przyczyn rozwoju metod optymalizacji opartych na próbkowaniu stochastycznym. Jedną z odmian próbkowania stochastycznego są metody oparte na tzw. inteligencji roju. Metody te ze względu na prostotę idei, zbieżność oraz zachowanie równowagi pomiędzy eksploracją i eksploatacją przestrzeni rozwiązań są obecnie intensywnie rozwijane.

Praca poświęcona jest analizie możliwości wykorzystania do kalibracji rzeczywistego modelu symulacyjnego algorytmu bazującego na tzw. algorytmie mrówkowym [3, 6], który uważany jest obecnie za jedną z najbardziej efektywnych metaheurystyk optymalizacyjnych. Idea algorytmu mrówkowego znajduje źródło w analizie zachowania

kolonii mrówek, które działając w grupie, potrafią, poprzez wymianę informacji pomiędzy pojedynczymi osobnikami, rozwiązywać złożone zadania, takie jak np. poszukiwanie optymalnej drogi od mrowiska do źródła pożywienia.

### Schemat działania algorytmu

Proponowana metoda optymalizacji bazuje na strukturze danych opisanej poniższą formułą:

$$S = \begin{pmatrix} S_1^1 & S_1^2 & \dots & S_1^i & \dots & S_1^n \\ S_2^1 & S_2^2 & \dots & S_2^i & \dots & S_2^n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ S_l^1 & S_l^2 & \dots & S_l^i & \dots & S_l^n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ S_k^1 & S_k^2 & \dots & S_k^i & \dots & S_k^n \end{pmatrix}, f = \begin{pmatrix} f(S_1) \\ f(S_2) \\ \dots \\ f(S_l) \\ \dots \\ f(S_k) \end{pmatrix}, \Omega = \begin{pmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \dots \\ \omega_l \\ \dots \\ \omega_k \end{pmatrix} \quad (1)$$

Struktura danych dla algorytmu mrówkowego

Rozwiązania są przechowywane w tablicy (archiwum)  $S$ , o wymiarach  $k \times n$ . Przez  $k$  oznaczono liczbę osobników w populacji, natomiast  $n$  to liczba optymalizowanych parametrów. Przy takiej reprezentacji  $l$ -ty wiersz archiwum  $S$  opisuje  $l$ -te rozwiązanie, a  $i$ -ta kolumna to wartości  $i$ -tego poszukiwanego parametru dla każdego rozwiązania. W ten sposób element  $S_l^i$  archiwum to wartość  $i$ -tego parametru w  $l$ -tym rozwiązaniu.

Jakość każdego rozwiązania zawartego w  $S$  opisywana jest poprzez funkcję dopasowania, której wartości dla każdego wiersza archiwum (rozwiązania) przechowywane są w wektorze  $f$ . Rozwiązania te są rangowane w zależności od jakości spełnienia warunku optymalizacyjnego. W ten sposób lepsze rozwiązania otrzymują niższe, a gorsze – wyższe rangi. W oparciu o rangi dla każdego rozwiązania wyznaczane są współczynniki wagowe  $\omega_l$  ( $l = 1..k$ ). Współczynniki te, opisane poniżej, są później wykorzystywane do próbkowania stochastycznego elementów archiwum.

$$\omega_l = \frac{1}{qk\sqrt{\pi}} e^{-\frac{(l-1)^2}{2q^2k^2}}, \quad l = 1..k \quad (2)$$

W powyższej formule przez  $k$  oznaczono liczbę rozwiązań przechowywanych w archiwum, natomiast  $q$  to współczynnik nacisku selektywnego. Odpowiada on za kontrolę równowagi pomiędzy eksploracją i eksploatacją przestrzeni rozwiązań. Małe wartości  $q$  powodują prefero-

wanie przez algorytm lepszych rozwiązań, czyli eksplorację (przeszukiwanie lokalne). Analogicznie, większe wartości  $q$  oznaczają, że prawdopodobieństwa wyboru gorszych i lepszych rozwiązań nie różnią się znacząco. Mamy wtedy do czynienia z eksploracją, czyli przeszukiwaniem globalnym przestrzeni rozwiązań.

Pierwszym etapem działania algorytmu jest wypełnienie archiwum  $S$  losowo wybranymi wartościami oraz wyznaczenie wartości funkcji dopasowania  $F$  dla wylosowanych rozwiązań. Rozwiązania są następnie rangowane. W oparciu o rangi wyznacza się kolejno wartości współczynników wagowych  $\omega_l$  oraz prawdopodobieństwa  $p_l$  wylosowania rozwiązania. Prawdopodobieństwa te wyznaczane są na podstawie poniższej formuły:

$$p_l = \frac{\omega_l}{\sum_{r=1}^k \omega_r}, \quad l = 1..k \quad (3)$$

Następnie w oparciu o wyznaczone prawdopodobieństwa losuje się  $k$  rodziców dla każdego z  $m$  rozwiązań potomnych. Istotą prezentowanego algorytmu jest sposób generowania parametrów dla rozwiązań potomnych. Są one losowane na podstawie dystrybuanty rozkładu gęstości prawdopodobieństwa:

$$G^i = \sum_{l=1}^k \omega_l \frac{1}{\sigma_l^i \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(s-\mu_l^i)^2}{2\sigma_l^i}}, \quad i = 1..n \quad (4)$$

gdzie przez  $\mu_l^i$  oraz  $\sigma_l^i$  oznaczono odpowiednio średnią oraz odchylenie standardowe rozkładu Gaussa.

Jako  $\mu_l^i$  przyjmuje się wartość elementu  $S_l^i$  archiwum, natomiast odchylenie standardowe wyznacza się jako iloczyn średniej odległości elementu  $S_l^i$  od pozostałych elementów  $i$ -tej kolumny oraz parametru pamięci  $\zeta$  zwanego w literaturze szybkością parowania feromonów. Nazwa parametru stanowi nawiązanie do sposobu poszukiwania optymalnej drogi przez mrówki. Większa wartość  $\zeta$  powoduje, że złe rozwiązania są szybciej „zapominane” przez algorytm, co w konsekwencji obniża zbieżność. Dla niskich wartości  $\zeta$  złe rozwiązania są dłużej przechowywane w archiwum rozwiązań  $S$ , w efekcie czego algorytm koncentruje się na bardziej obiecujących obszarach poszukiwań.

Następnie wyznaczane są wartości funkcji dopasowania dla pokolenia potomnego. Na tym etapie mamy  $k + m$  rozwiązań, z których wybieramy  $k$  najlepszych. W praktyce oznacza to podmienienie najgorszych rozwiązań poko-

lenia „rodziców” przez najlepsze rozwiązania pokolenia potomnego. Utworzone w ten sposób następne pokolenie podlega rangowaniu i cała procedura jest powtarzana do momentu osiągnięcia zadowalającego rozwiązania.

### Analiza klastrowa

Zastosowanie przedstawionego algorytmu w procesie kalibracji modelu symulacyjnego wymaga określenia rodzaju i liczby parametrów optymalizacyjnych, co generuje potrzebę jego rozbudowy o dodatkowy moduł.

Jeżeli przyjmiemy, że optymalizowanymi parametrami będą np. współczynniki skalujące wartości porowatości i przepuszczalności skał zbiornikowych w złożu, to należy zdawać sobie sprawę z małej efektywności takiego podejścia w sytuacji, gdy liczba kalibrowanych odwiertów jest rzędu kilkudziesięciu. W takiej sytuacji konieczny jest podział złoża na podobszary (regiony) i niezależne dobieranie współczynników skalujących dla każdego z nich. Oznacza to jednak określenie optymalnej liczby regionów oraz ich granic.

Z jednej strony dokładność opisu złoża przez model wzrasta wraz z liczbą regionów, z drugiej zaś – liczba poszukiwanych parametrów rośnie liniowo ze wzrostem liczby regionów.

W celu rozwiązania zarysowanego problemu algorytm mrówkowy udoskonalono poprzez dodanie modułu analizy klastrowej. Moduł ten uruchamia kalibrowany model symulacyjny, a następnie, analizując wyniki symulacji, dokonuje podziału odwiertów na grupy. Wówczas każdy z bloków modelu symulacyjnego przypisywany jest do odpowiedniego regionu w zależności od odległości od poszczególnych odwiertów w taki sposób, że bloki znajdujące się w pobliżu odwiertów zaliczających się do jednej grupy należą do tego samego regionu.

### Zastosowanie algorytmu

#### Adaptacja wybranego modelu złożowego

W celu sprawdzenia efektywności zbudowanego algorytmu numerycznego zaadaptowano model symulacyjny rzeczywistego złoża gazowego. Model został zmodyfikowany w taki sposób, aby możliwa była jego współpraca z programem numerycznym sterującym uruchamianiem symulatora złożowego. Proces automatycznej kalibracji prowadzono dla ciśnień dennych w czasie eksploatacji złoża przez 48 odwiertów w ciągu 17 lat. W aplikacji wykorzystano symulator złożowy Black Oil Eclipse 100 firmy Schlumberger.

#### Założenia wstępne

Przeprowadzenie testów efektywności algorytmu wymaga przyjęcia założeń dotyczących sposobu jego działania. W szczególności określono postać funkcji przystosowania, sposób generowania populacji początkowej oraz warunek zakończenia optymalizacji:

- Funkcję przystosowania przyjęto w postaci średniego błędu bezwzględnego:

$$OF = \frac{\sum_{i=1}^N |d_{obs}^i - d_{sim}^i|}{N} \quad (5)$$

W powyższej formule przez  $N$  oznaczono liczbę pomiarów, natomiast  $d_{obs}^i$ ,  $d_{sim}^i$  to odpowiednio wyniki pomiaru i modelu dla  $i$ -tego pomiaru.

- Rozkłady porowatości i przepuszczalności dla populacji początkowej otrzymywano jako iloczyn rozkładów dla modelu bazowego (niemodyfikowanego) i liczby losowej generowanej rozkładem jednostajnym. W celu ograniczenia generowanych rozwiązań do pewnego otoczenia modelu bazowego liczby losowe generowano z przyjętego arbitralnie zakresu, który ustalono jako  $\pm 0,5$  wartości średniej parametru dla modelu bazowego. W celu sprawdzenia zdolności algorytmu do samodzielnego poszukiwania rozwiązań zrezygnowano z wprowadzania do populacji początkowej jakichkolwiek modyfikacji wynikających z „ręcznej” kalibracji modelu.
- Przyjęto, że algorytm kończy optymalizację, gdy dopasowanie najgorszego osobnika w populacji jest niższe niż arbitralnie zadana wartość  $tol = 2$  bary lub liczba cykli optymalizacyjnych osiągnie wartość  $max = 25$ .

#### Efektywność algorytmu

Przyjrzymy się obecnie szczegółowym wynikom uzyskiwanym przez algorytm w poszczególnych cyklach optymalizacji.

W opisywanym przypadku dopasowanie modelu bazowego wyniosło 11,19 bara (jest to średni błąd bezwzględny ze wszystkich punktów pomiarowych wszystkich odwiertów), natomiast dla najgorzej dopasowanego punktu błąd wyniósł 25,83 bara.

Na podstawie modelu bazowego w sposób opisany powyżej wygenerowano populację zerową składającą się z 4 elementów. Poniżej dla każdego z nich przedstawiono wartości średniego błędu bezwzględnego oraz błąd dla najgorzej dopasowanego punktu:

1 – (37,34; 64,47)

2 – (27,80; 47,77)

3 – (27,80; 47,77)

4 – (17,94; 33,77)

Jak widać, każdy z modeli populacji zerowej jest znacząco gorzej dopasowany niż model bazowy.

Poniżej przedstawiono wyniki uzyskane przez algorytm odpowiednio w trzecim i piątym cyklu optymalizacji:

cykl 3  
1 – (1,84; 17,05)  
2 – (3,90; 19,10)  
3 – (3,49; 18,77)  
4 – (2,96; 14,27)

cykl 5  
1 – (1,77; 15,59)  
2 – (1,79; 15,58)  
3 – (1,73; 15,71)  
4 – (1,72; 15,73)

Porównanie wyników osiągniętych przez algorytm wskazuje na jego wysoką efektywność w przeszukiwaniu przestrzeni rozwiązań.

#### Wpływ liczby regionów na efektywność algorytmu

W celu zbadania wpływu liczby podobszarów wydzielonych w złożu na zbieżność algorytmu przeprowadzono

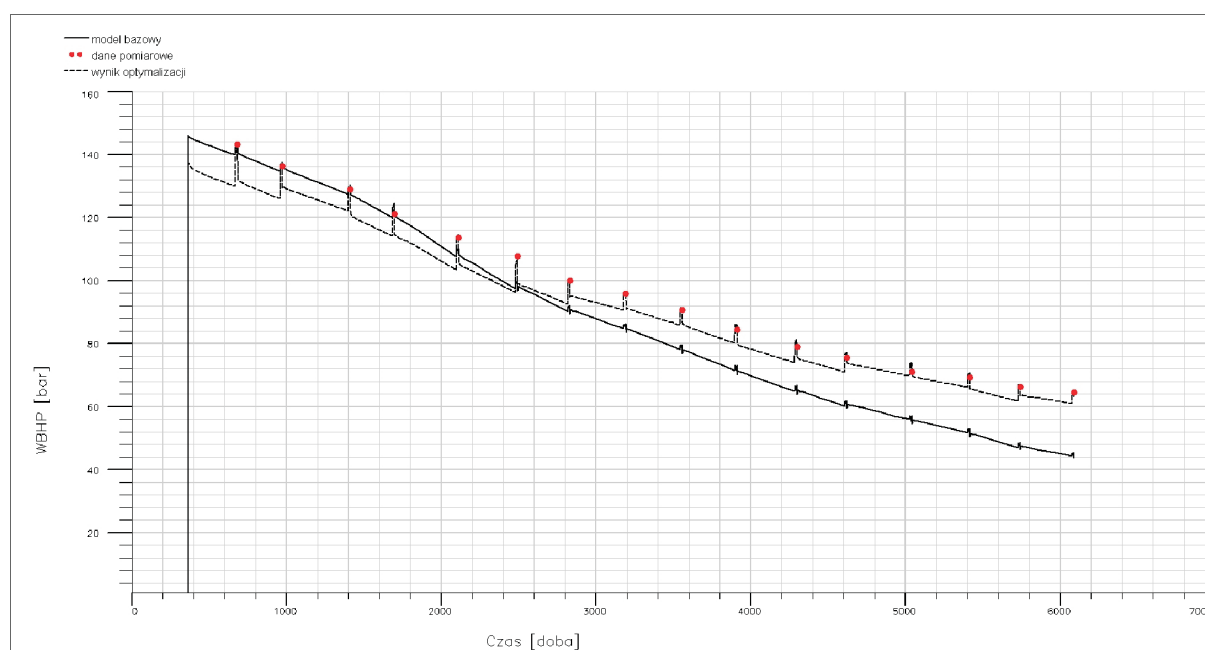
porównanie efektywności procesu optymalizacji dla trzech wybranych schematów podziału złoża na regiony. Obliczenia wykonano dla 2, 5 i 10 regionów. W każdym przypadku przyjęto pokolenia czteroelementowe oraz  $q = 0,01$ ,  $\xi = 0,5$ . Uzyskane wyniki przedstawiono w tabelicy 1.

Tablica 1. Wpływ liczby regionów w złożu na efektywność optymalizacji

Liczba regionów	Średni błąd bezwzględny [bar]	Liczba symulacji/ liczba cykli
2	1,72	20/5
5	1,72	16/4
10	1,76	16/4

Zwiększenie liczby regionów z 2 do 5 spowodowało zmniejszenie liczby cykli optymalizacyjnych koniecznych dla osiągnięcia zadanej dokładności. Kolejne zwiększenie liczby regionów (do 10) nie skutkowało już jednak dalszą zmianą. Efekt zwiększenia efektywności algorytmu wraz ze wzrostem liczby podobszarów wydzielonych w złożu można tłumaczyć lepszym opisem jakościowym złoża przy bardziej szczegółowym jego podziale. Równocześnie brak istotnych różnic pomiędzy wynikami uzyskanymi dla 5 i 10 regionów może świadczyć albo o dostatecznym opisie złoża przy podziale na 5 regionów, albo o konieczności bardziej szczegółowego opisu złoża.

Na rysunkach 1–4 przedstawiono typowe rezultaty kalibracji odwiertów przy wydzieleniu w złożu 5 regio-



Rys. 1. Wynik dopasowania modelu złoża z uwzględnieniem zmian ciśnienia dennego w odwiercie W-1



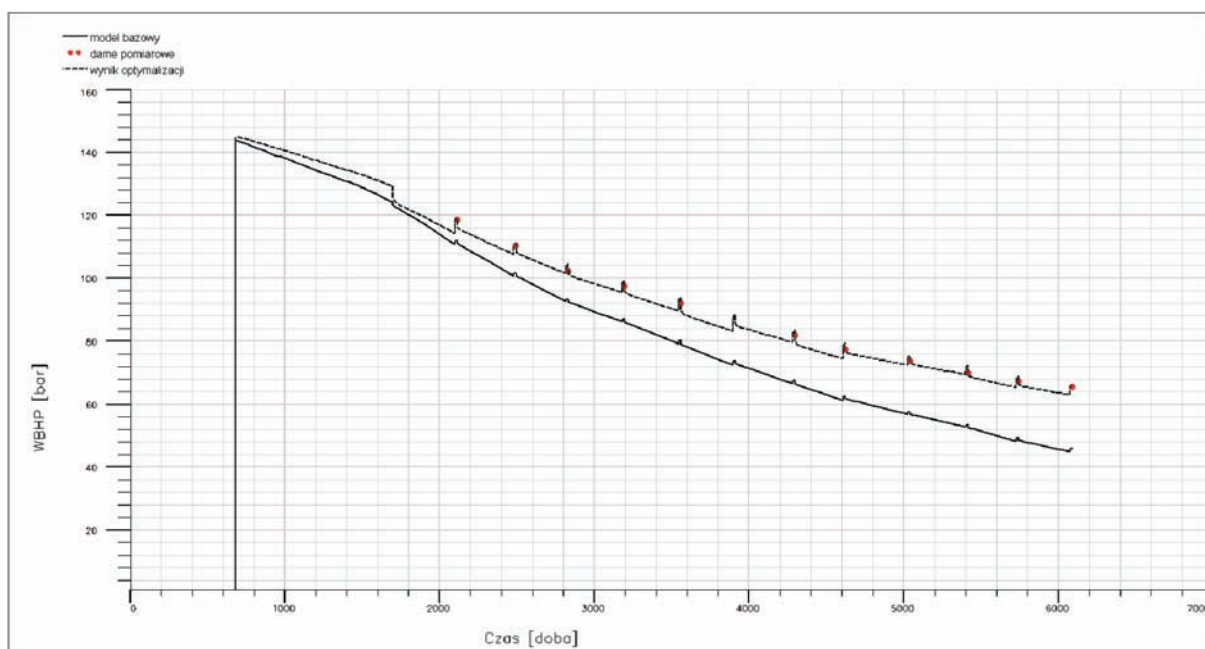
nów. Otrzymane wyniki kalibracji można podzielić na dwie grupy:

- odwierty dopasowane dobrze i bardzo dobrze – w tej grupie znajdują się odwierty, dla których dokładność kalibracji w każdym punkcie pomiarowym nie przekracza 2 barów (rysunki 1–2) lub co najwyżej kilka punktów pomiarowych jest skalibrowanych z dokładnością powyżej 2 barów,
- odwierty dopasowanie „gorzej” – w tej grupie znajdują się odwierty, dla których połowa lub więcej punktów

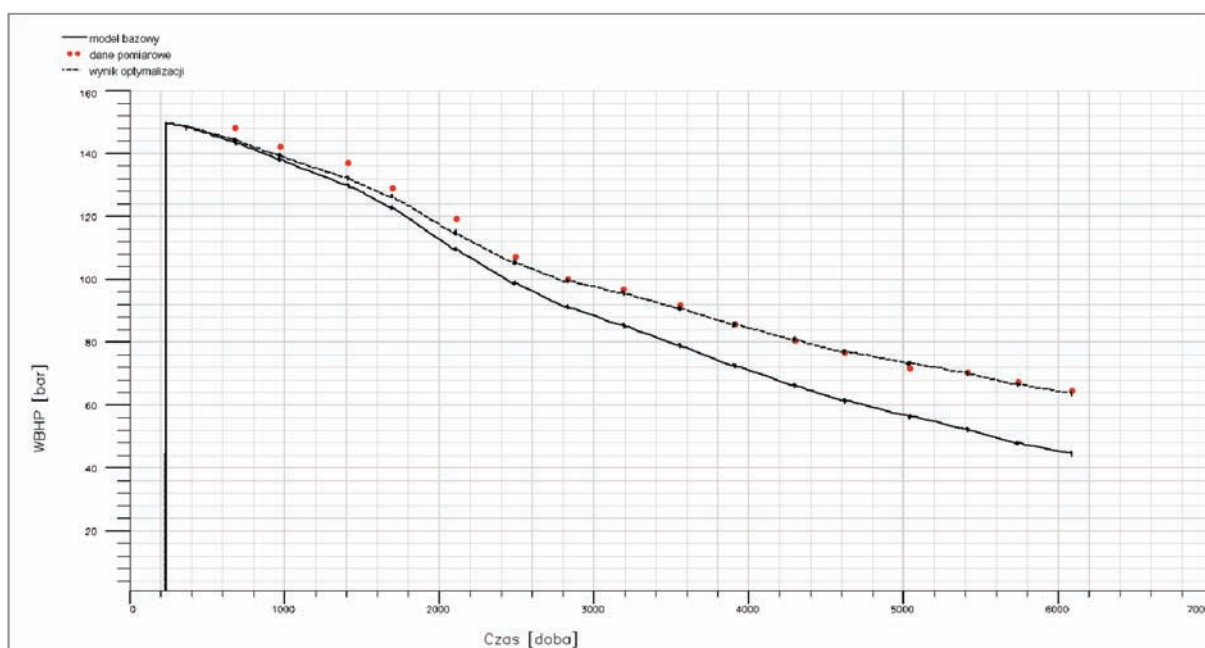
pomiarowych jest skalibrowana z dokładnością powyżej 2 barów (rysunki 3–4).

Należy zauważyć, że dane obserwacyjne będące odniesieniem dla przedstawionych wyników kalibracji (zob. równanie [5]) są obarczone niepewnością wynikającą z metody pomiarowej. Błąd pomiaru ciśnienia dennego, WBHP, został oszacowany na poziomie od 0,5 do 1,0 bara.

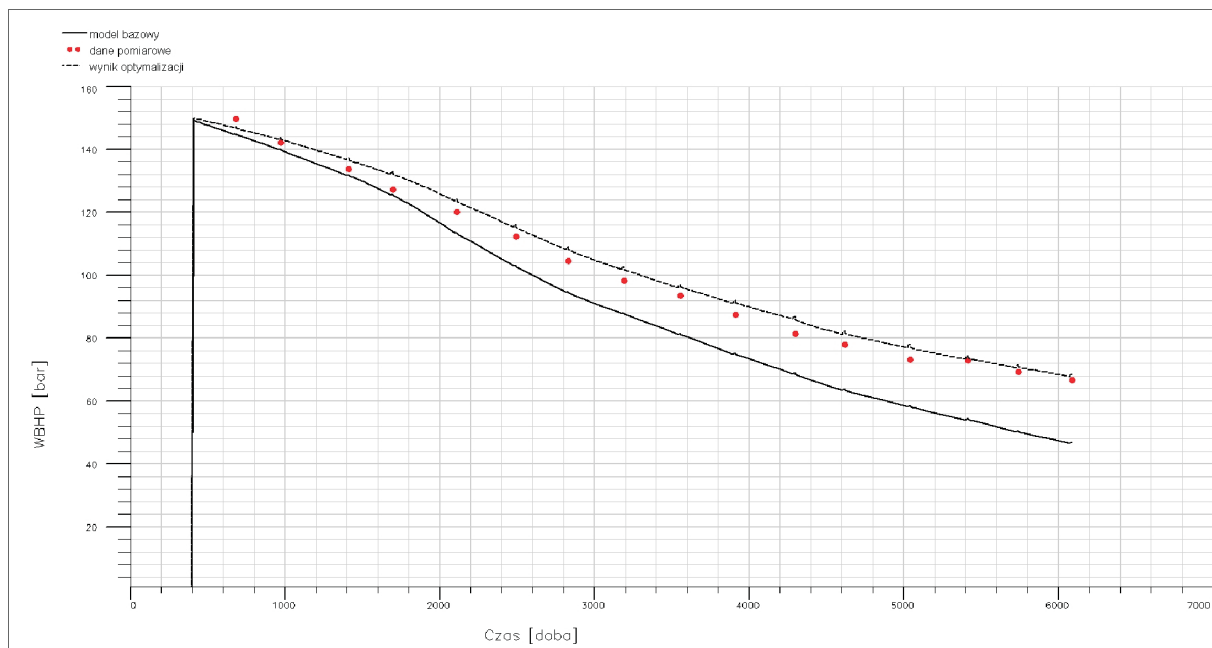
Otrzymane wyniki kalibracji świadczą o tym, że w celu uzyskania lepszego dopasowania dla odwiertów drugiej grupy konieczny jest podział złoża na więcej niż 5 regionów.



Rys. 2. Wynik dopasowania modelu złoża z uwzględnieniem zmian ciśnienia dennego w odwiercie W-2



Rys. 3. Wynik dopasowania modelu złoża z uwzględnieniem zmian ciśnienia dennego w odwiercie W-3



Rys. 4. Wynik dopasowania modelu złoża z uwzględnieniem zmian ciśnienia dennego w odwiercie W-4

### Podsumowanie

W wyniku przeprowadzonych symulacji numerycznych potwierdzono możliwość zastosowania tzw. algorytmu mrówkowego jako metody kalibracji pełnoskalowego modelu złożowego.

Przeprowadzone analizy symulacyjne pozwalają sformułować następujące wnioski i uwagi:

- Algorytm mrówkowy charakteryzuje się dużą efektywnością w przeszukiwaniu przestrzeni rozwiązań. Wydaje się, że wynika to ze sposobu wyznaczania parametrów dla nowo generowanych modeli, który łączy w sobie elementy genetycznych operatorów krzyżowania i mutacji. Na efektywność algorytmu ma również wpływ mechanizm zastępowania najgorszych rozwiązań przez najlepsze z nowo wygenerowanych.
- Istotną zaletą algorytmu mrówkowego w porównaniu z klasycznymi metodami ewolucyjnymi jest zredukowana liczba parametrów swobodnych ustalanych arbitralnie. W szczególności stosowanie proponowanej metody nie wymaga określania prawdopodobieństw mutacji i krzyżowania, co zawsze obarczone jest dużą niepewnością.
- Istotnym elementem prezentowanego algorytmu jest moduł analizy klastrowej grupujący odwierty w zależności od jakości dopasowania. Na tej podstawie w złożu zostaje automatycznie wydzielonych kilka podobszarów, dzięki czemu wzrasta dokładność opisu złoża.
- Zdefiniowanie miary dopasowania jako średniego błędu bezwzględnego posiada pewną wadę. Jest nią brak

kontroli nad maksymalnym błędem w pojedynczym punkcie pomiarowym. Wydaje się celowym sformułowanie takiej funkcji dopasowania, która uwzględni zarówno średnią wartość błędu dopasowania, jak również maksymalny błąd pomiarowy.

Wydaje się, że istnieje co najmniej kilka możliwych kierunków rozbudowy algorytmu. Poniżej wymieniono niektóre z nich:

- implementacja mechanizmu stopniowego zwiększania liczby regionów w miarę osiągania kolejnych poziomów dokładności – mechanizm taki odpowiadałby stopniowemu zwiększaniu poziomu szczegółowości przy kalibrowaniu modelu symulacyjnego,
- rozszerzenie algorytmu o zmienne optymalizacji modyfikowane najczęściej w czasie kalibracji modeli symulacyjnych, tj.:
  - krzywe przepuszczalności względnej (gaz–ropa–woda),
  - współczynnik anizotropii pionowej dla przepuszczalności skał,
  - parametry akiferów,
  - ściśliwość skały złożowej,
  - głębokości kontaktu płynów złożowych,
- implementacja mechanizmu wyznaczania i analizy dopasowania modelu na poziomie regionu – mechanizm taki pozwoliłby na zróżnicowanie skali modyfikacji w zależności od jakości dopasowania regionu.

Należy zauważyć, że wymienione propozycje rozbudowy algorytmu oznaczają istotne zwiększenie liczby

parametrów optymalizacyjnych, co w praktyce oznacza zapewne obniżenie efektywności całego procesu kalibracji.

## Literatura

- [1] Anterion F., Eymard F.: *Use of parameter gradients for reservoir history matching*. SPE Symposium on Reservoir Simulation. Houston, Texas, USA. 6–8 February 1989.
- [2] Arabas J.: *Wykłady z algorytmów ewolucyjnych*. Wydanie drugie. Wydawnictwo Naukowo-Techniczne. Warszawa 2004.
- [3] Bonabeau B., Dorigo M., Theraukaz G.: *Inspiration for optimization from social insect behavior*. „Nature” 2000, vol. 406, no. 6791, s. 39–42.
- [4] Castellini A., Gullapalli I., Hoang V., Condon P.: *Quantifying uncertainty in production forecast for fields with significant history: a West African case study*. IPTC 10987, International Petroleum Technology Conference. Doha, Qatar. 21–23 November 2005.
- [5] Chen W. H., Gavalas G. R., Seinfeld J. H., Wasserman M. L.: *A new algorithm for automatic history matching*. SPE 4545. „SPE Journal” 1974, vol. 14, no. 6, s. 593–608.
- [6] Dorigo M., Di Caro G., Gambardella L.: *Ant algorithm for discrete optimization*. „Artificial Life” 1999, vol. 5, no. 2, s. 137–172.
- [7] Gao G., Li G., Reynolds A. C.: *A stochastic optimization algorithm for automatic history matching*. SPE 90065. „SPE Journal” 2007, vol. 12, no. 2, s. 196–208.
- [8] Gwiazda T. D.: *Algorytmy genetyczne – kompendium*. Tom II. *Operator mutacji dla problemów numerycznych*. Wydawnictwo Naukowe PWN. Warszawa 2007.
- [9] Gwiazda T. D.: *Algorytmy genetyczne – kompendium*. Tom I. *Operator krzyżowania dla problemów numerycznych*. Wydawnictwo Naukowe PWN. Warszawa 2007.
- [10] Jafarpour B., Mc Laughlin D. B.: *History matching with an ensemble kalman filter and discrete cosine parametrization*. SPE 108761. SPE Annual Technical Conference and Exhibition. Anaheim, California, USA. 11–14 November 2007.
- [11] Kathrada M.: *Uncertainty evaluation of reservoir simulation models using particle swarms and hierarchical clustering*. PhD thesis. Institute of Petroleum Engineering, Heriot Watt University. Edinburgh, United Kingdom 2009.
- [12] Liu N., Olivier D. S.: *Critical evaluation of the Ensemble Kalman Filter on History Matching of Geologic Facies*. SPE 92867. SPE Reservoir Simulation Symposium. The Woodlands, Texas, USA. 31 January–2 February 2005.
- [13] Lodoen O. P., More H.: *Scale-corrected ensemble kalman filter applied to production-history conditioning in reservoir evaluation*. SPE 111374. „SPE Journal” 2008, vol. 13, no. 2, s. 177–194.
- [14] Mantica S., Cominelli A., Mantica G.: *Combining global and local optimization techniques for automatic history matching production and seismic data*. SPE 78253. „SPE Journal” 2002, vol. 7, no. 2, s. 123–130.
- [15] Maucec M., Douma S., Hohl D., Lequijt J., Jimenez E. A., Gupta A. D.: *Streamline based history matching and uncertainty, Markov-Chain Monte Carlo study of an offshore oil field*. SPE 109943. SPE Annual technical Conference and Exhibition. Anaheim, California, USA. 11–14 November 2007.
- [16] Mohamed L., Christie M., Demyanov V.: *Comparison of stochastic sampling algorithms for uncertainty quantification*. SPE 119139. SPE Reservoir Simulation Symposium. Woodlands, Texas, USA. 2–4 February 2009.
- [17] Sousa S. H. G., Maschio C., Schiozer D. J.: *Scatter search metaheuristic applied to the history matching problem*. SPE 102975. SPE Annual Technic Conference and Exhibition. San Antonio, Texas, USA. 24–27 September 2006.
- [18] Subbey S., Christie M., Sambridge M.: *A strategy for rapid quantification of uncertainty in reservoir performance prediction*. SPE 79678. SPE Reservoir Simulation Symposium. Houston, USA. 3–5 February 2003.
- [19] Sultan A. J., Quenes A., Weiss W. W.: *Automatic History matching for an integrated reservoir description and improving oil recovery*. SPE 27712. Permian Basin Oil and Gas Recovery Conference. Midland, Texas, USA. 3–5 February.
- [20] Yang C., Nghiem L., Card C.: *Reservoir model uncertainty qualification through computer-assisted history matching*. SPE 109825. SPE Annual Conference and Exhibition. Anaheim, California, USA. 11–14 November 2007.



Dr inż. Piotr ŁĘTKOWSKI – absolwent Wydziału Mechanicznego Politechniki Krakowskiej; adiunkt w Zakładzie Symulacji Złóż Węglowodorów i Podziemnych Magazynów Gazu Instytutu Nafty i Gazu Oddział Krosno. Zajmuje się między innymi problemami modelowania i symulacji złóż oraz projektowaniem systemów baz danych dla potrzeb górnictwa naftowego.