

Krzysztof Żuławiński

Institut Nafty i Gazu – Państwowy Instytut Badawczy

Ewolucja algorytmu inwersji spektralnej oparta na wydzieleniu dubletu i normalizacji mocy

Artykuł przedstawia rozwinięcie inwersji spektralnej opartej na dopasowaniu adaptacyjnym. Zawiera skrócony opis metody i analizuje jej słabe strony. Na podstawie analizy sygnału zgodnej z kryteriami rozdzielczości sugeruje możliwości podniesienia jej wydajności oraz dokładności.

Słowa kluczowe: inwersja spektralna, falka, metody adaptacyjne optymalizacji, pogoń za dopasowaniem.

The evolution of spectral inversion algorithm grounded on doublet extraction and power normalization

The article presents the development of spectral inversion based on adaptive matching. A short description of the method's disadvantages is presented. There are suggested methods of precision and efficiency improvement by signal resolvability analysis.

Key words: spectral inversion, wavelet, adaptive optimization method, the pursuit to-fit.

Wstęp

Jednym z impulsów rozwoju inwersji spektralnej były zapoczątkowane przez Widessa prace nad rozdzielczością pionową sygnału sejsmicznego z punktu widzenia cienkich warstw i ich wyklinowań [16]. Kolejne prace poświęcone temu zagadnieniu wprowadzały nowe narzędzia matematyczne do analizy problemu, szczególnie dekompozycję spektralną przy użyciu krótkoczasowej transformaty Fouriera STFT (*short-time Fourier transform*), następnie ciągłą analizę falkową CWT (*continuous wavelet transform*). Zastosowanie CWT wynikało z rozwoju teorii falek (*waveletów*), zapoczątkowanej przez prace Gabora [8] i Daubechies [7], rozszerzanej w ramach badań nad przesyłaniem danych, kompresją i odszumianiem sygnałów. W ramach tych prac rozwinięto algorytmy optymalizacji stosowane do aproksymacji lub dekompozycji sygnałów [10]. Wspomniane metody zastosowano w inwersji sejsmicznej, którą w tej wersji nazwano spektralną; decydujące w tym przypadku były prace Puryeara, Castagny, Chopry i Por-

tniaguine'a [4, 13]. Autorzy rozwinęli metodę opartą na dekompozycji spektralnej, wykorzystującą oscylacje widma wyznaczonego przez STFT, uogólniając model Widessa na dowolne dublety poprzez ich rozkład na część parzystą i nieparzystą. Niniejszy artykuł pokazuje postęp prac nad algorytmem opracowanym w ramach pracy statutowej i opisanym wcześniej [18], który spotkał się z dużym zainteresowaniem ze względu na uzyskane wyniki.

Istnieje prosty algorytm inwersji spektralnej polegający na dekompozycji sygnału na składniki definiowane zgodnie z metodą słownikową, gdzie atomami są dublety parzyste i nieparzyste splecione z falką elementarną, których kombinacja liniowa uzyskana z optymalizacji algorytmem adaptacyjnym przybliży trasę sejsmiczną. Inwersję tę po zaimplementowaniu badano, korzystając z materiałów testowych i polowych, a wnioski z tych testów są podstawą proponowanej modyfikacji prowadzącej do poprawy wydajności i dokładności.

Krótki opis metody

Zgodnie z metodą słownikową funkcję można przedstawić w postaci następującej:

$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n g_{\gamma_n}(t) \quad (1)$$

gdzie c_n jest współczynnikiem rozwinięcia reprezentującym daną przez $g_{\gamma_n}(t)$ cechę sygnału $s(t)$. Funkcje $g_{\gamma_n}(t)$ stanowią elementy słownika zwane atomami, parametr γ to indeks parametryzujący elementy tego słownika. Model sygnału sejsmicznego $s(t)$ jest splotem współczynników odbicia $r(t)$ z falką (waveletem) $w(t)$:

$$s(t) = w(t) \times r(t) + n(t) \quad (2)$$

w którym $n(t)$ odpowiada szumowi. W postaci macierzowej w przypadku próbkowanego sygnału otrzymujemy:

$$\begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \\ s_3 \\ s_4 \\ \vdots \\ \vdots \\ s_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} w_{K/2} & w_{K/2-1} & w_{K/2-2} & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ w_{K/2+1} & w_{K/2} & w_{K/2-1} & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ w_{K/2+2} & w_{K/2+1} & w_{K/2} & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ w_{K/2+3} & w_{K/2+2} & w_{K/2+1} & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & w_{K/2} & w_{K/2-1} & \cdot \\ 0 & 0 & \cdot & w_{K/2+1} & w_{K/2} & \cdot & \cdot \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \\ r_4 \\ \cdot \\ \cdot \\ r_N \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \\ n_4 \\ \cdot \\ \cdot \\ n_N \end{bmatrix} \quad (3)$$

lub w skrócie:

$$S_N = A_{N \times N} R_N + N_N \quad (4)$$

gdzie S_N odpowiada N próbkom sygnału sejsmicznego, R_N – współczynnikom odbicia, N_N – szumowi, a $A_{N \times N}$ to kwadratowa macierz zbudowana z falek o długości $K < N$ próbek. W praktyce znamy S_N , a $A_{N \times N}$ budujemy, znając W_K , natomiast R_N stanowi rozwiązanie. Bez szumu:

$$R_N = A_{N \times N}^{-1} S_N \quad (5)$$

jeśli istnieje macierz odwrotna do $A_{N \times N}$. W rzeczywistości nie możemy przyjąć, że szum nie występuje, nie możemy również założyć występowania współczynników odbicia wyłącznie na czasie wyznaczonym przez krok próbkowania, stąd trudno oczekiwać, by rozwiązanie według relacji (5) odzwierciedlało uwarstwienie badanego ośrodka.

Dowolnej warstwie w ośrodku sejsmicznym odpowiada para współczynników odbicia r_1, r_2 od górnej i dolnej granicy warstwy. W domenie czasu warstwie odpowiada czas Δt i umieszczając punkt analizy dubletu w jego środku, otrzymujemy wzór:

$$r_d(t) = r_1 \delta(t - \frac{\Delta t}{2}) + r_2 \delta(t + \frac{\Delta t}{2}) \quad (6)$$

gdzie r_1, r_2 są współczynnikami odbicia odpowiednio od górnej i dolnej granicy warstwy. Na ich wartości nie nakładamy żadnych ograniczeń z wyjątkiem czysto fizycznych. Z elementarnej matematyki wiadomo, że każdą funkcję można przedstawić jednoznacznie jako sumę składowych parzystej i nieparzystej. Wobec tego:

$$r_d(t) = r_p(t) + r_n(t) \quad (7)$$

gdzie

$$r_p(t) = \frac{r_1 + r_2}{2} \left(\delta(t - \frac{\Delta t}{2}) + \delta(t + \frac{\Delta t}{2}) \right) \quad (8)$$

$$r_n(t) = \frac{r_1 - r_2}{2} \left(\delta(t - \frac{\Delta t}{2}) - \delta(t + \frac{\Delta t}{2}) \right)$$

Dowolny dublet (parę) współczynników odbicia możemy traktować jako złożenie dubletu parzystego i nieparzystego z odpowiednimi współczynnikami. Jeśli teraz potraktujemy falkę W_K jako słowo ze słownika Γ i przypiszemy jej parametr $\gamma = 0$, możemy wzbogacić nasz słownik o kolejne atomy w następujący sposób:

- splatamy parzysty i nieparzysty dublet – $r_p(t) = \delta(t - \frac{\Delta t}{2}) + \delta(t + \frac{\Delta t}{2})$ i $r_n(t) = \delta(t - \frac{\Delta t}{2}) - \delta(t + \frac{\Delta t}{2})$ z falką W_K , uzyskując nowe słowa,
- przypisujemy odpowiednio parametrowi γ wartości $\Delta t, -\Delta t$. Praktycznie wartości Δt przypisujemy wielokrotność kroku próbkowania trasy.

Kolumny macierzy $A_{N \times N}$ traktujemy jako atomy Γ przesunięte w czasie i uzupełniamy macierz o kolejne kolumny z nowo stworzonymi atomami, splotami dubletów parzystych i nieparzystych z W_K zindeksowanymi odległością między składowymi dubletu i odpowiednio przesuniętymi w czasie, czemu odpowiada przesunięcie w dół kolumny.

Otrzymujemy macierz $A_{N \times N}$, gdzie $M = (2N - L - 1)L$, a L odpowiada maksymalnemu rozsunięciu impulsów dubletu.

Równanie (4) ma teraz następującą postać:

$$S_N = A_{N \times M} C_M \quad (9)$$

gdzie S_N pozostaje bez zmian, $A_{N \times N}$ została opisana powyżej, a C_M odpowiada współczynnikom rozwinięcia ze wzoru (1).

Załóżmy, że dysponujemy rozwiązaniem powyższego równania. Macierzy $A_{N \times N}$ odpowiada macierz $R_{N \times M}$, której kolumny zamiast splotów współczynników odbicia z falką

zawierają dublety współczynników odbicia, z których te sploty otrzymano. Ze wzoru:

$$In_N = R_{N \times M} C_M \quad (10)$$

gdzie In_N jest wynikiem inwersji spektralnej, otrzymujemy wektor zawierający współczynniki odbicia uwarstwionego ośrodka, źródło sygnału sejsmicznego (trasy) S_N . Przeprowadzając tę procedurę dla całego profilu sejsmicznego lub jego wybranego fragmentu, dokonujemy inwersji spektralnej.

Rozwiązanie równania (9) jest zagadnieniem z dziedziny optymalizacji. Przy pomocy adaptacyjnej metody rozwinięć sygnałów wyznaczamy liniowe rozwinięcie sygnału $s(t)$ atomami ze słownika Γ . Celem jest najwerniejsze przedstawienie sygnału przy użyciu jak najmniejszej liczby atomów. W naszym przypadku mamy sygnał o długości N oraz słownik M atomów o takiej samej długości, gdzie $N \ll M$. Chodzi o rozwiązanie równania (9) przy użyciu minimalnej liczby współczynników c_i , czyli zminimalizowanej normy zerowej C (zliczającej współczynniki występujące w rozwinięciu), zachowujące wiernie odtworzenie sygnału. Wyrażając

to w kategoriach słownikowych, naszym celem jest możliwie precyzyjne wyrażenie treści przy pomocy możliwie małej liczby słów. Gdybyśmy zastosowali rozwiązanie klasyczne tego typu zagadnienia, jak w przypadku regresji liniowej, minimalizowalibyśmy funkcję $f(c)$, taką, że:

$$f(c) = \sum_{n=1}^N \left(s_n - \sum_{m=1}^M a_{n,m} c_m \right)^2 \quad (11)$$

W naszym przypadku dodatkowo oczekujemy zminimalizowania zastosowanej liczby atomów słownika w rozwiązaniu. Możliwe są trzy rozwiązania, w zależności od wykorzystanej normy. W naszym przypadku stosowaliśmy normę L_1 , minimalizowaliśmy więc $f(c)$ wyrażoną wzorem:

$$f(c) = \sum_{n=1}^N \left(s_n - \sum_{m=1}^M a_{n,m} c_m \right)^2 + \lambda \sum_{m=1}^M |c_m| \quad (12)$$

gdzie λ jest arbitralnie przypisaną wagą odpowiadającą znaczeniu, jakie przypisujemy udziałowi licznosci słownika w optymalizacji rozwiązania. Zastosowany algorytm adaptacyjnej optymalizacji określany jest w literaturze jako *basis pursuit*.

Analiza działania metody

Metodę testowano na danych teoretycznych i polowych i należy stwierdzić, że mimo jej prostoty wyniki są dobre. W przypadku pracy na materiale polowym konieczne jest ukształtowanie spektrum zgodnie z kryteriami rozdzielczości (*resolvability*), jeśli processing nastawiony był na detekcję (*detectability*), a więc możliwie szerokie spektrum powinno mieć łagodnie nachylone zbocza i wyraźnie wyróżnione maksimum. W rezultacie otrzymujemy *wavelet* zbliżony do falki Rickera. Zastosowana metoda wraz z algorytmem optymalizacji stwarza jednak pewne problemy:

1. W oryginale atomy, a więc kolumny macierzy $A_{N \times M}$, nie są w żaden sposób związane z fragmentem trasy, któremu odpowiadają. Z punktu widzenia rozwiązania nie stanowi to problemu – optymalizacja przypisze im większe współczynniki – jednakże z uwagi na parametr λ współczynniki te konkurują ze sobą i w przypadku zróżnicowanych pod względem mocy sygnału fragmentów trasy i relatywnie

dużego parametru λ , którego wielkość wymusza konieczność wyeliminowania szumu, w wyniku optymalizacji zostaną usunięte współczynniki odpowiadające dubletom o małej wartości. Jeśli, dla przykładu, sygnał zawiera dwa dublety o zróżnicowanej wielkości, optymalizacja może usunąć ten słabszy, co nie jest pożądane.

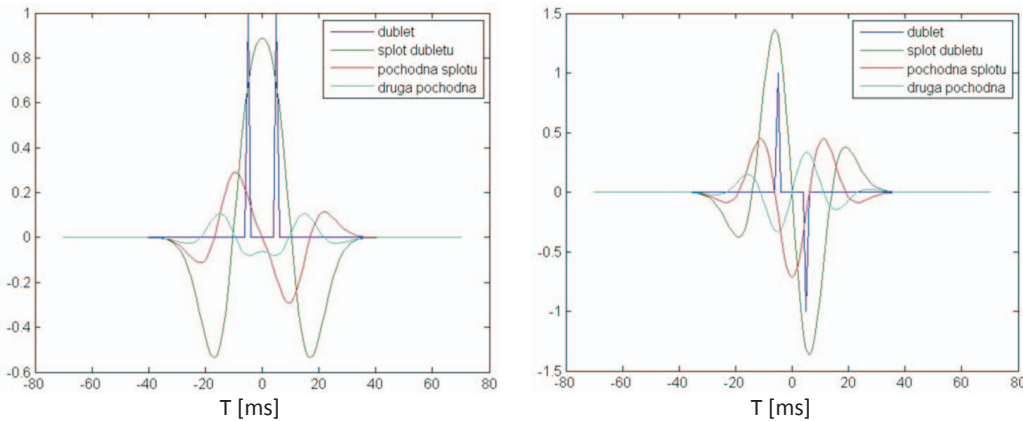
2. Drugim problemem jest rozmiar macierzy $A_{N \times M}$, której liczba kolumn $M = (2N - L - 1)L$ stanowi o wydajności optymalizacji. Długość sygnału N pozostaje poza dyskusją, liczba atomów L , odpowiadająca maksymalnemu rozsunięciu dubletu parzystego i nieparzystego w kwadracie, wpływa na liczbę kolumn i optymalizacja metody powinna podążać w tym kierunku. Przyjmując do analizy trasę o długości 1 s, próbkowaną z krokiem $\Delta t = 1$ ms, $L = 26$, odpowiadające dominującemu okresowi *waveletu* Rickera 30 Hz, otrzymujemy $M = 51\,298$ – liczba kolumn może stanowić o przydatności metody.

Modyfikacja

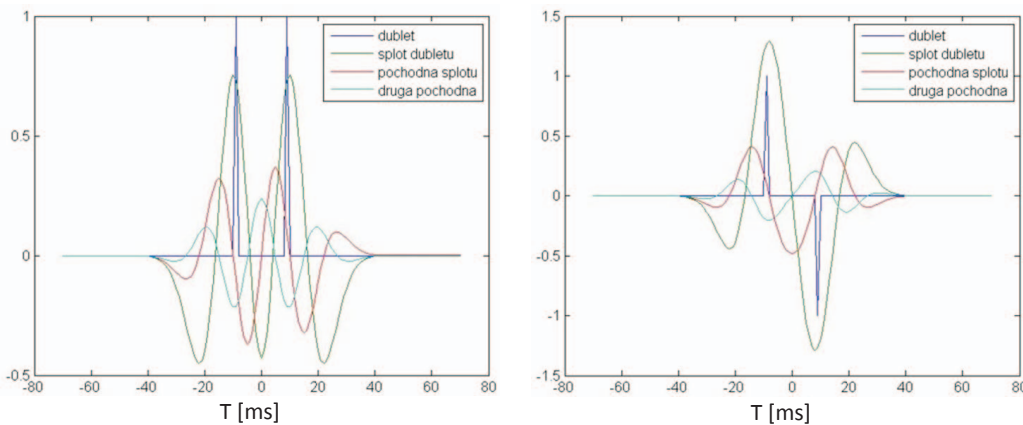
Wprowadzone modyfikacje wynikają z zastosowania wstępnie kryteriów Rickera do aproksymowanego sygnału S_N . Dla przykładowego *waveletu* Rickera o częstotliwości maksimum widma równej 30 Hz częstotliwość dominująca wynosi 38,6 Hz, granica rozdzielczości czasowej dubletu parzystego zgodnie z kryterium Rickera to około 5,5 ms, a dla dubletu nieparzystego 5,56 ms. Przyjmując maksymalne

rozsunięcie dubletów w atomach na około 26 ms, czyli dominujący okres dla takiego *waveletu*, możemy wyróżnić dwie strefy: strefę w granicach poniżej rozsunięcia 12 ms i strefę powyżej tego rozsunięcia, dla której możemy zastosować ww. kryterium. Na rysunkach 1 i 2 przedstawiono dublety zgodnie z podziałem na te strefy.

Do analizy przyjmujemy jedynie dublety spełniające



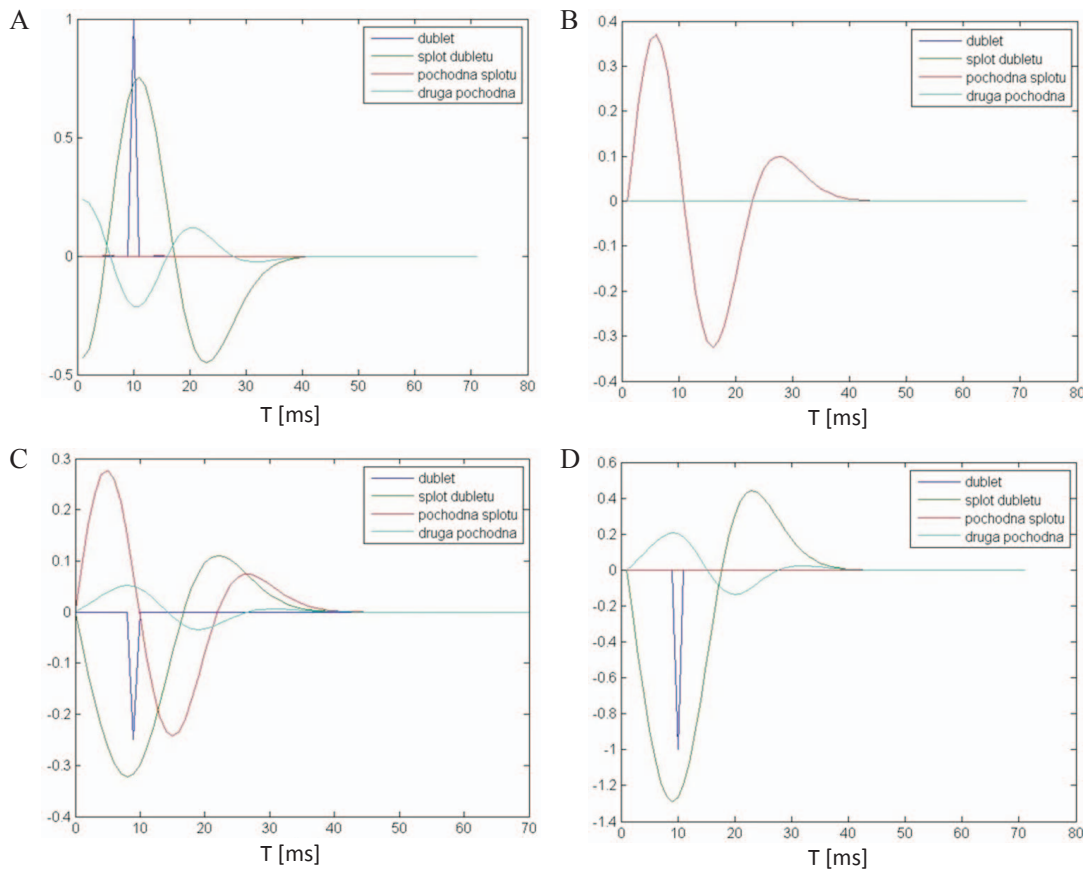
Rys. 1. Dublety parzysty i nieparzysty rozdzielone o 10 ms, splecione z *waveletem* Rickera 30 Hz, oraz pierwsza i druga pochodna splotu na granicy kryterium Rickera



Rys. 2. Dublety parzysty i nieparzysty rozdzielone o 18 ms, splecione z *waveletem* Rickera 30 Hz, oraz pierwsza i druga pochodna splotu spełniające kryterium Rickera

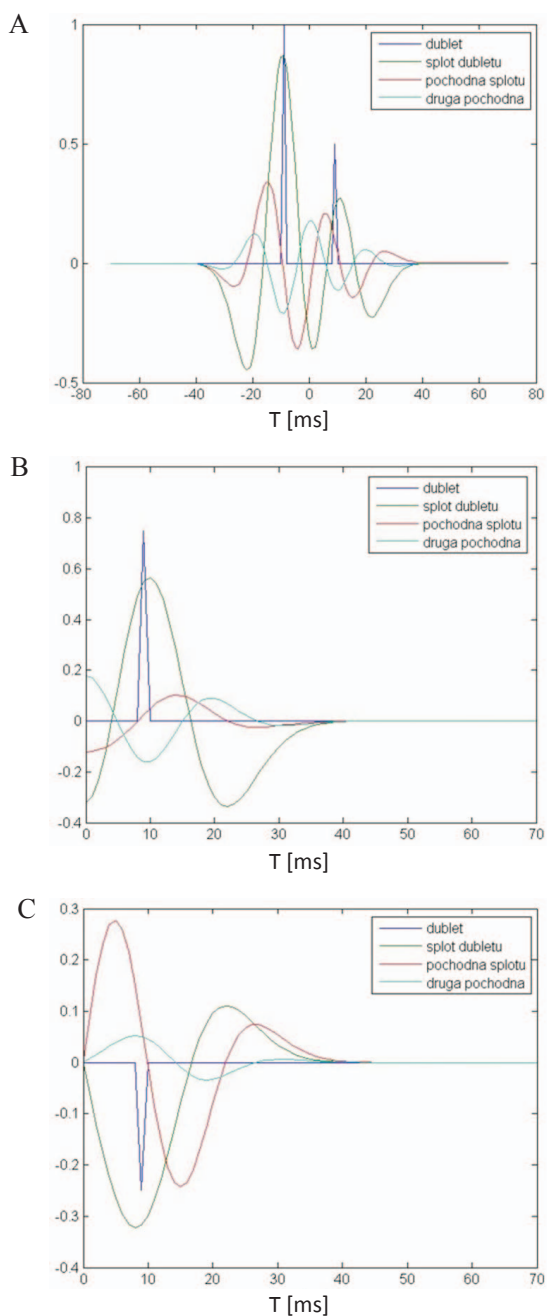
kryterium, sygnał przez nie generowany rozkładamy na składowe parzystą i nieparzystą (rysunek 3).

W przypadku dowolnego dubletu, który jest złożeniem liniowym dubletu parzystego i nieparzystego, otrzymujemy



Rys. 3. Rozkład dubletów parzystego i nieparzystego (rysunek 2) na składowe parzystą i nieparzystą

A – parzysta część dubletu parzystego,
 B – nieparzysta część dubletu parzystego,
 C – parzysta część dubletu nieparzystego,
 D – nieparzysta część dubletu nieparzystego



Rys. 4. Dublet niesymetryczny (1,0; 5) (A) oraz jego część parzysta (B) i nieparzysta (C)

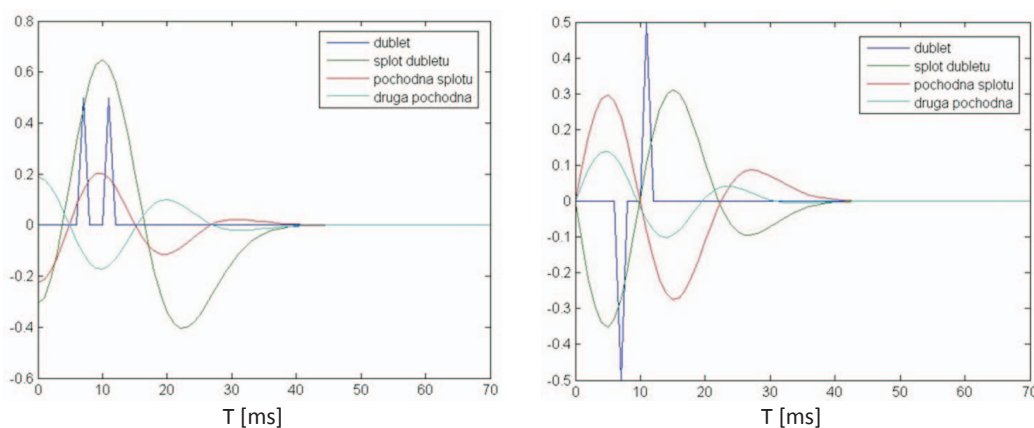
mniej oczywisty podział. Jeśli nie prowadzimy analizy ze środka symetrii dubletu, otrzymujemy odmienny obraz parzystej i nieparzystej części sygnału oraz jego pochodnych.

Bazując na przedstawionych ilustracjach, sformułowaliśmy następującą zasadę rozpoznawania dubletu na podstawie kryterium Rickera: jeśli pierwsze ekstremum parzystej lub nieparzystej części sygnału w analizowanym oknie występuje dla wartości większej od kryterium Rickera dla danego sygnału i pokrywa się z ekstremum drugiej pochodnej przeciwnego znaku, a pierwsza pochodna przyjmuje wartość zbliżoną do zera, mamy do czynienia z dubletem będącym liniowym złożeniem dubletu parzystego i nieparzystego o współczynnikach równych mniej więcej stosunkowi ekstremów składowych sygnału. Rozkład położenia ekstremów oraz miejsc zerowych pierwszej pochodnej w próbkach parametryzujemy w zależności od przyjętego *waveletu* oraz kroku próbkowania.

Zgodnie z tą metodą macierz $A_{N \times X}$ wypełniamy następująco:

- Dokonujemy przeglądu sygnału S_N w poszukiwaniu dubletów spełniających kryterium Rickera i zgodnie ze sformułowaną zasadą wypełniamy kolejne kolumny macierzy otrzymanymi dubletami.
- Pozostałym próbkom sygnału S_N odpowiadają dublety o rozdzielności poniżej wartości ustalonej dla kryterium Rickera.

Ta metoda pozwala ograniczyć liczbę kolumn macierzy atomów o przynajmniej $2/3$. Dodatkowo w celu wyeliminowania problemu związanego z możliwym nierównym rozkładem mocy sygnału w przetwarzanej trasie normalizujemy wszystkie atomy macierzy zgodnie z uśrednioną mocą sygnału odpowiadającego długości atomu, w przypadku atomów uzyskanych z powyższej analizy dubletów zachowując stosunki składowych parzystej i nieparzystej.

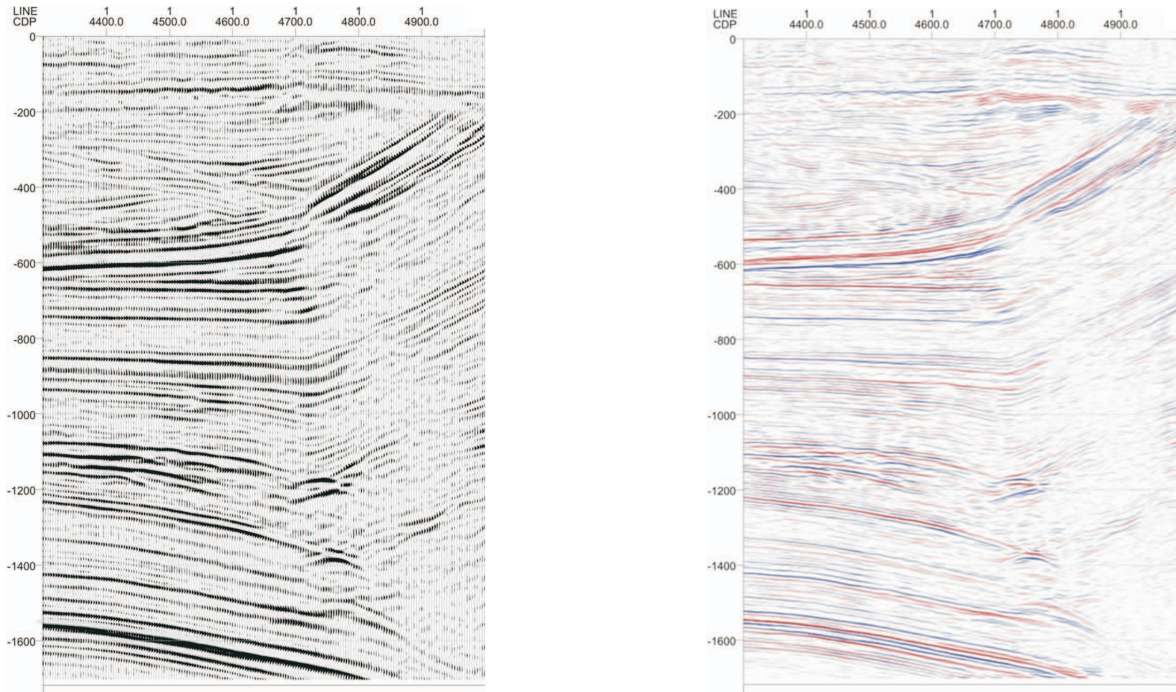


Rys. 5. Część parzysta i nieparzysta dubletu parzystego przesuniętego o 2 ms

Konkluzja

Opisana metodologia mimo swojej prostoty stanowi bardzo silne narzędzie inwersji sejsmicznej. Szczególnie trzeba podkreślić jej odporność na szum – podobne algorytmy są

powszechnie stosowane do odszumiania sygnału. Uzyskane wyniki (rysunek 6) zachęcają do starań zwiększenia jej dokładności i wydajności.



Rys. 6. Fragment sekcji sejsmicznej oraz jego inwersja otrzymana opisany algorytmem

Prosimy cytować jako: Nafta-Gaz 2013, nr 12, s. 903–908

Literatura

[1] Akansu A. N., Haddad R. A.: *Multiresolution Signal Decomposition: Transforms, Subbands and Wavelets*, Academic Press 2001.

[2] Berkhout A. J.: *Seismic Resolution*. Geophysical Press 1984.

[3] Bialasiewicz J. T.: *Falki i aproksymacje*. Warszawa, Wydawnictwo Naukowo-Techniczne, 2000.

[4] Chopra S., Castagna J., Portniaguine O.: *Seismic resolution and thin-bed reflectivity inversion*. CSEG Recorder 2006, January, pp. 19–25.

[5] Chopra S., Castagna J., Xu Y.: *Thin-bed Reflectivity Inversion and Some Applications*. First Break 2009, vol. 27, pp. 55–62.

[6] Chui C. K.: *An Introduction to Wavelets*. San Diego, Academic Press, 1992.

[7] Daubechies I.: *Ten lectures on wavelets*. Philadelphia, SIAM, 1992, pp. 1–357.

[8] Gabor D.: *Theory of Communication*. J. IEEE 1946, vol. 93(III), pp. 429–457.

[9] Kasina Z.: *Teoria sygnału sejsmicznego*. Krakow, Wydawnictwa AGH, 2009.

[10] Mallat S., Zhang Z.: *Matching Pursuit with time-frequency dictionaries*. IEEE Transactions on Signal Processing 1993, vol. 41, issue 12, pp. 3397–3415.

[11] Marfurt K. J., Karlin R. L.: *Narrow band spectral analysis and thin bed tuning*. Geophysics 2001, vol. 66, pp. 1274–1283.

[12] Partyka G. A., Gridley J. A., Lopez J. A.: *Interpretational aspects of spectral decomposition in reservoir characterization*. The Leading Edge 1999, vol. 18, pp. 353–360.

[13] Puryear C. I., Castagna J. P.: *Layer-thickness determination and stratigraphic interpretation using spectral inversion: Theory and application*. Geophysics 2008, vol. 73, pp. 37–48.

[14] Ryan H.: *Ricker, Ormsby, Klauder, Butterworth – A Choice of Wavelets*. CSEG Recorder 1994, pp. 8–9.

[15] Stockwell R. G., Mansinha L., Lowe R. P.: *Localization of the complex spectrum: The S Transform*. IEEE Transactions on Signal Processing 1996, vol. 44, pp. 998–1001.

[16] Widess M.: *How thin is a thin bed?* Geophysics 1973, vol. 38, pp. 1176–1180.

[17] Wojtaszczyk P.: *Teoria falek*. Warszawa, Wydawnictwo Naukowe PWN, 2000.

[18] Żulawski K.: *Inwersja spektralna oparta na adaptacyjnej metodzie tworzenia rozwiniec sygnałów falkowych*. Nafta-Gaz 2012, nr 12, s. 923–936.



Mgr inż. Krzysztof ŻULAWIŃSKI
 Starszy specjalista badawczo-techniczny; p.o. kierownika Zakładu Sejsmiki.
 Instytut Nafty i Gazu – Państwowy Instytut Badawczy
 ul. Lubicz 25A
 31-503 Kraków
 E-mail: krzysztof.zulawinski@inig.pl