Andrzej Kostecki, Krzysztof Żuławiński

Instytut Nafty i Gazu – Państwowy Instytut Badawczy

Modelowanie i migracja sekcji czasowych zero-offsetowych w ośrodkach TTI metodą pseudospektralną

W publikacji przedstawiono pseudospektralną metodę modelowania czasowych sekcji zero-offsetowych w anizotropowych ośrodkach TTI (*Tilted Transverse Isotropy*), opartą na jednostronnym pseudoakustycznym równaniu falowym. Równanie pseudoakustyczne wyprowadzono z dokładnej formuły dyspersyjnej dla ośrodka TTI. Rozpatrzone zostały obydwa przypadki akwizycji pomiarów, to jest „pod upad" i „z upadem" dla antyklinalnego modelu TTI.

Słowa kluczowe: anizotropia poprzeczna, równanie falowe – pseudoakustyczne, metoda pseudospektralna, migracja sejsmiczna.

Modeling and migration of zero-offset time sections in TTI media by pseudospectral method

In this paper we present a pseudospectral method of the modeling of zero-offset seismic time-sections in anisotropic media of the TTI (Tilted Transverse Isotropy) type, based on one-wave pseudoacoustic equation. This equation was derived from a precise dispersion relation for 2D TTI media. Both cases for the acquisition of data along directions for „up-dip" and „down-dip" for two-dimensional anticlinal model TTI were considered. Obtained results were verified by depth migration MG(F-K) in wave number (k) – frequency (f) domain.

Key words: transverse isotropy, wave equation – pseduacoustic, pseudospectral method, seismic migration.

Wprowadzenie

Propagacja fal sprężystych w ośrodkach anizotropowych opisywana jest pełnym równaniem falowym w konsekwencji spełniania prawa Hooka i równania ruchu [3, 7, 8, 9, 14, 16, 17, 20].

W ostatnich latach obserwuje się wyraźną tendencję do uproszczenia teorii i posługiwania się tzw. pseudoakustycznymi równaniami dla fal podłużnych [1, 2], które dostarczają praktycznych sposobów obliczania pola falowego poprzez adaptację wyrażeń dla prędkości fazowej w ośrodkach VTI (*Vertical Transverse Isotropy*) i TTI (*Tilted Transverse Isotropy*) [4, 5, 6, 18, 19]. Podstawowym założeniem dla równania pseudoakustycznego jest przyjęcie prędkości fal poprzecznych $V_{sv} = 0$.

W niniejszej publikacji zaproponowano nowy sposób obliczania pola falowego w ośrodkach anizotropowych TTI dla szczególnego przypadku akwizycji, tj. zero-offsetowej, odpowiadającej w praktyce zsumowaniu pola falowego – zsumowanym sekcjom czasowym. Sposób ten bazuje na ścisłym rozwiązaniu dyspersyjnej relacji dla modelu TTI. W celu weryfikacji uzyskanych wyników zastosowano migrację MG(F-K) w dziedzinie liczb falowych (k) i częstotliwości (f) [10].

Podstawowe równania

W dwuwymiarowym (2D), izotropowym i jednorodnym ośrodku, z prędkością fal podłużnych V_p, jednostronne równanie falowe zostało wyrażone następująco:

$$\frac{\partial P(k_x, k_z, t)}{\partial t} = i\,\omega\, P(k_x, k_z, t) \tag{1}$$

gdzie $P(k_x, k_z, t)$ jest polem falowym wyrażonym w dziedzinie liczb falowych k_x i k_z (poziomych i pionowych) w konsekwencji zastosowania podwójnej transformacji Fouriera w odniesieniu do pola falowego $P(x, z, t)$, gdzie (x, z, t) oznacza dziedzinę czasu i przestrzeni.

$$P(x, z, t) = \sum_{k_x}\sum_{k_z} P(k_x, k_z, t = 0)\exp\left[i\left(k_x x + k_z z + \omega t\right)\right] \tag{2}$$

W zależności (1) $i = \sqrt{-1}$ kątowa, czasowa częstość ω wyraża się relacją dyspersyjną:

$$\omega = \pm V_p\left(k_x^2 + k_z^2\right)^{1/2} \tag{3}$$

obowiązującą w izotropowym ośrodku. W kartezjańskim układzie współrzędnych z osią z skierowaną „w dół" i reprezentującą głębokość ośrodka, znak (+) w relacji (3) oznacza, że równanie (1) opisuje falę propagującą ku górze, tj. w kierunku powierzchni $z = 0$. W niejednorodnym, izotropowym ośrodku można zastosować pseudospektralną metodę i wówczas równanie (1) przybiera formę:

$$\frac{\partial P(x, z, t)}{\partial t} = iV_p(x, z)F^{-1}\left\{\left(k_x^2 + k_z^2\right)^{1/2} F\left[P(x, z, t)\right]\right\} \tag{4}$$

gdzie $F(x \rightarrow k_x, z \rightarrow k_z)$ i $F^{-1}(k_x \rightarrow x, k_z \rightarrow z)$ są operatorami reprezentującymi podwójną transformację Fouriera z domeny (x, z) do dziedziny (k_x, k_z) i na odwrót.

Poszukiwane pole falowe $P(x, z, \Delta t)$ w czasie $t = \Delta t$ może być aproksymowane przez ucięty szereg Taylora dla $t = 0$:

$$P(x, z, \Delta t) = \sum_{n=0}^{3} \frac{\partial^n P(t = 0)}{\partial t^n}\frac{(\Delta t)^n}{n!} \tag{5}$$

Przyjęty w założeniu sygnał sejsmiczny w czasie $t = 0$ jest początkowym polem falowym, a jego pierwsza pochodna dla tego czasu może być uzyskiwana z relacji (4). Schemat trzeciego rzędu jest stabilny [7].

Zgodnie z koncepcją Loventhala [13] zero-offsetowa, czasowa sekcja może zostać otrzymana w przypadku jednocześnie wzbudzonych granic sejsmicznych (granic niejednorodności), gdy prędkość propagacji jest równa podwojonej prędkości rzeczywistej w ośrodku.

W anizotropowym ośrodku TI (*Transverse Isotropy*) czasowa częstość ω_a jest definiowana jako wartość własna relacji dyspersji dla danego typu ośrodka. Rozważmy więc model TTI (monoklinalnie nachylona płaszczyzna izotropii pod kątem θ względem horyzontalnej płaszczyzny pomiaru). W tym przypadku uzyskujemy z dyspersyjnej relacji pełnego systemu równań sprężystych równanie dla czasowej częstości ω_a:

$$\omega_a^4 - \omega_a^2 F(\pm) + G(\pm) = 0 \tag{6}$$

którego rozwiązanie dla fali propagującej ku powierzchni $z = 0$ jest następujące:

$$\omega_a = \frac{1}{\sqrt{2}}\left\{F(\pm) + \left[F^2(\pm) - 4G(\pm)\right]^{1/2}\right\}^{1/2} \tag{7}$$

gdzie:

$$F(\pm) = (d_{11} + d_{55})k_x^2 + (\pm)2k_x k_z(d_{15} + d_{35}) + (d_{33} + d_{55})k_x^2 \tag{8}$$

$$\begin{aligned} G(\pm) = {} & \left(d_{11}d_{55} - d_{15}^2\right)k_x^4 + (\pm)2k_x^3 k_z\left(d_{35}d_{11} - d_{15}d_{31}\right) + \\ & + \left[d_{11}d_{33} + 2\left(d_{15}d_{35} - d_{13}d_{55}\right) - d_{13}^2\right]k_x^2 k_z^2 + \\ & + (\pm)2k_x k_z^3\left(d_{15}d_{33} - d_{35}d_{13}\right) + \left(d_{55}d_{33} - d_{53}^2\right)k_z^4 \end{aligned} \tag{9}$$

W relacjach (7–9) znormalizowane względem gęstości składowe d_{ij} tensora sprężystości prezentowane są w artykule A. Kosteckiego [11]. W formułach (6–9) znak (+) odnosi się do przypadku akwizycji wzdłuż osi x w kierunku dodatniej osi, tj. „z upadem", a znak (–) oznacza kierunek „pod upad" monoklinalnie nachylonego ośrodka o poprzecznej izotropii.

Testy

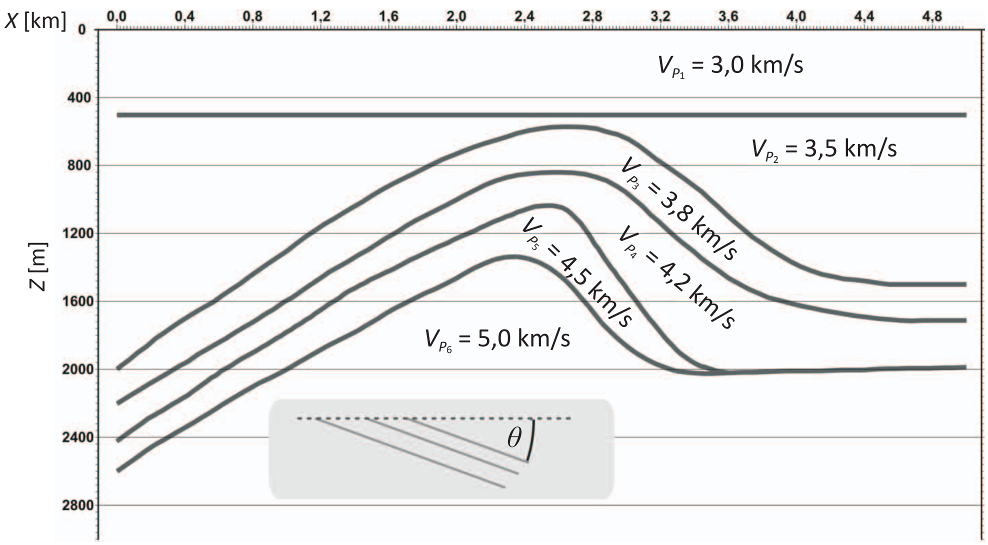
Poprawność działania algorytmów i programów propagacji pola falowego zero-offsetowego w ośrodku TTI została sprawdzona na modelu antyklinalnym (rysunek 1) zawierającym trzy antyklinalnie ułożone warstwy przykryte formacją poziomą. Obliczono 2 przypadki modelu TTI, jeden dla kąta upadu $+\theta$ („z upadem" – rysunek 2) i drugi dla kąta $-\theta$ („pod upad" – rysunek 3). Przyjęto parametry Thomsena: $\varepsilon = 0{,}3$, $\delta = 0{,}2$. Poprawność obliczeń została zweryfikowana zastosowaniem migracji MG(F-K) [10] w dziedzinie liczb falowych i częstotliwości. W obydwu przypadkach uzyskano założone modele geometryczne (rysunki 4 i 5); otrzymane obrazy nie odbiegają od modelu i praktycznie się nie różnią.

Aby unaocznić możliwe skutki nietrafnego doboru parametrów migracji, pokazano wynik zastosowania niewłaściwego kąta θ. Wymodelowaną sekcję dla kąta $\theta = -60°$ migrowano, stosując $\theta = 60°$, przy niezmienionych pozostałych parametrach anizotropii (rysunek 6) i na odwrót (rysunek 7). Zastosowanie niewłaściwego parametru migracji MG(F-K) w obydwu przypadkach skutkuje deformacją założonego modelu, widoczną przez porównanie rysunku 1 i rysunków 4 i 5 z rysunkami 6 i 7.

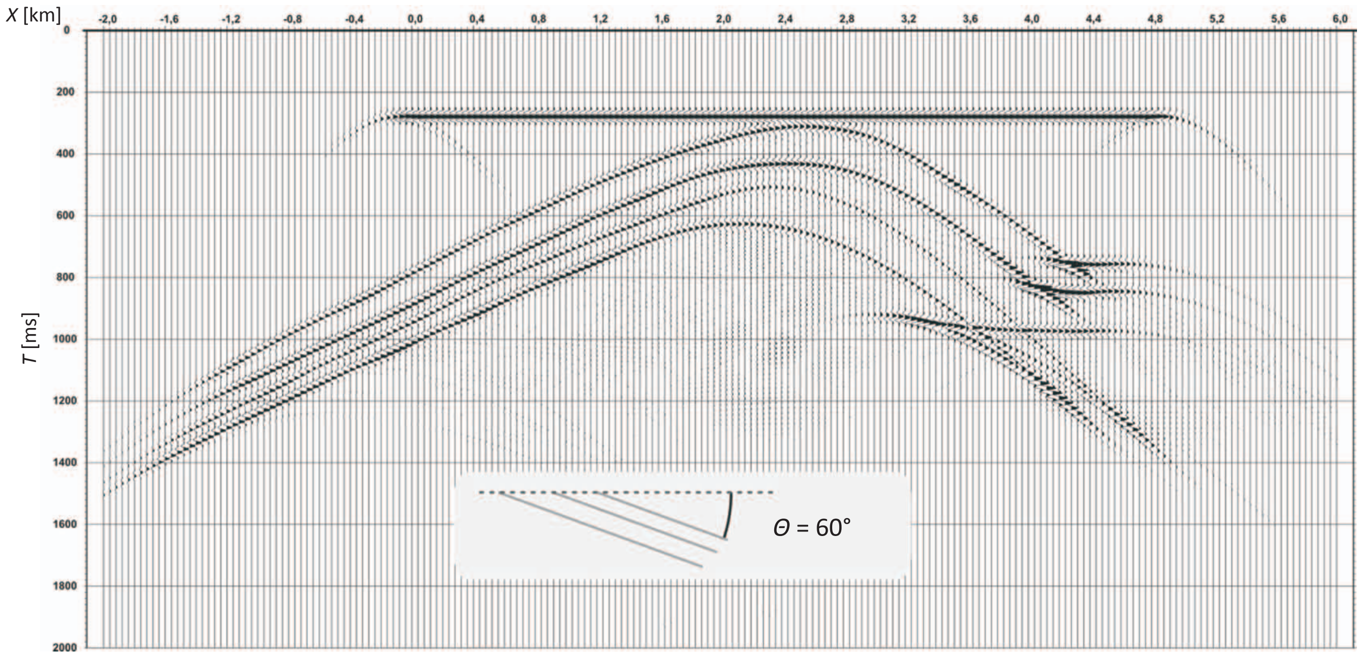
Rysunek 8 reprezentuje szczególny przypadek TTI modelu, gdy $\theta = 90°$, tj. model HTI (*Horizontal Transverse Isotropy*). Głębokościowa migracja MG(F-K) (rysunek 9) czasowej sekcji z rysunkiem 8 prawidłowo odwzorowuje założony ośrodek.

Wnioski

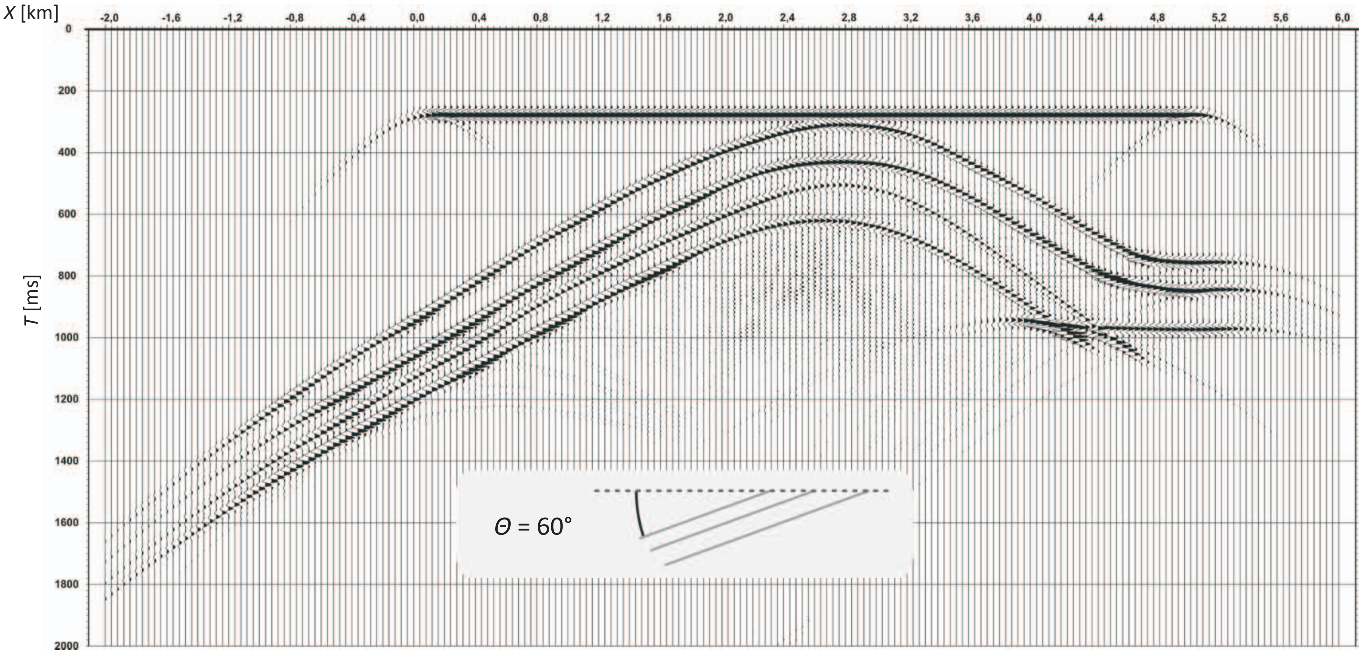
Przedstawiona propozycja algorytmiczna modelowania pola falowego zero-offset w ośrodkach anizotropowych typu TTI bazuje na równaniu dyspersyjnym uzyskanym z pełnego układu równań sprężystych w dwuwymiarowym ośrodku. Wyznaczone z równania dyspersyjnego własne częstości czasowe posłużyły do skonstruowania sekcji czasowych zero-offsetowych. Weryfikacja poprawności algorytmów przy użyciu migracji MG(F-K) potwierdziła prawidłowość działania algorytmów i programów modelowania pola falowego.



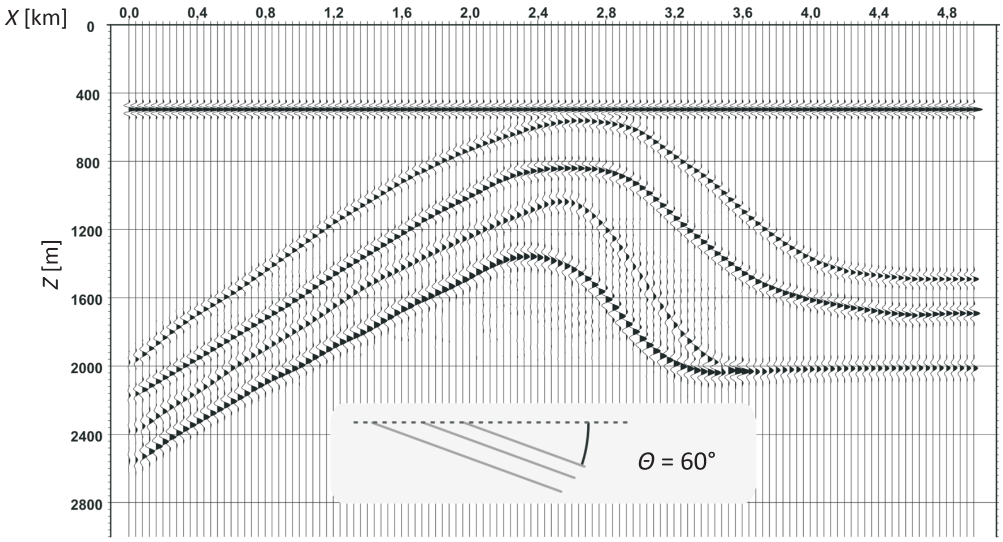
Rys. 1. Model geometryczno-prędkościowy antykliny typu TI (*Transverse Isotropy*). Parametry Thomsena: $\varepsilon = 0,3$; $\delta = 0,2$



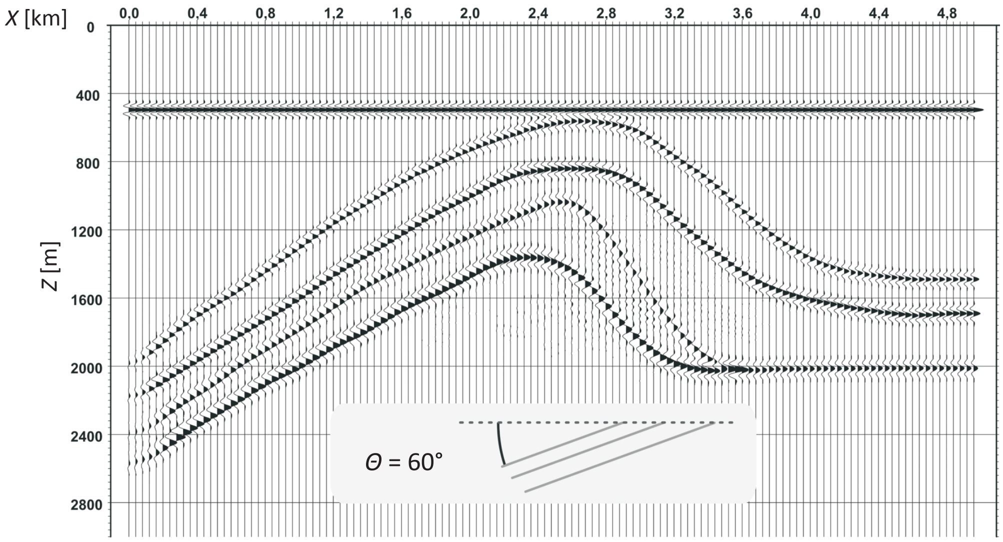
Rys. 2. Sekcja czasowa zero-offsetowa dla modelu TTI $\theta = 60°$. Parametry: $\varepsilon = 0,3$; $\delta = 0,2$



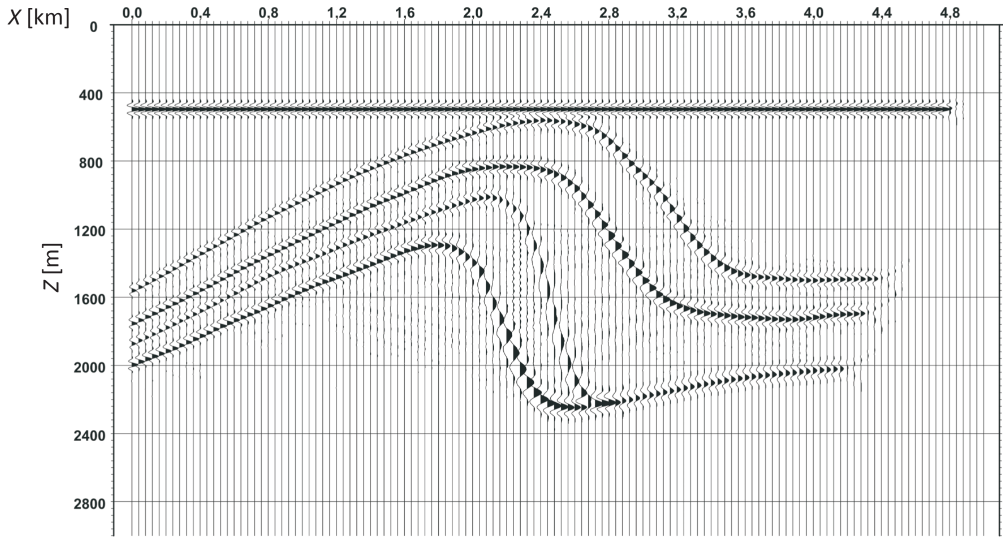
Rys. 3. Sekcja czasowa zero-offsetowa dla modelu TTI $\theta = -60°$. Parametry: $\varepsilon = 0{,}3$; $\delta = 0{,}2$



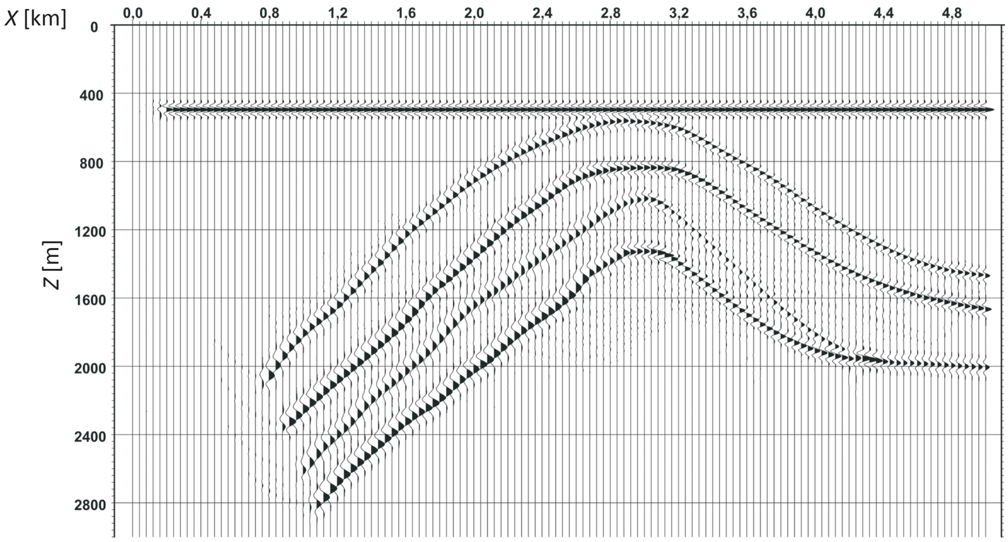
Rys. 4. Migracja głębokościowa zero-offsetowa dla TTI $\theta = 60°$ z rysunku 2



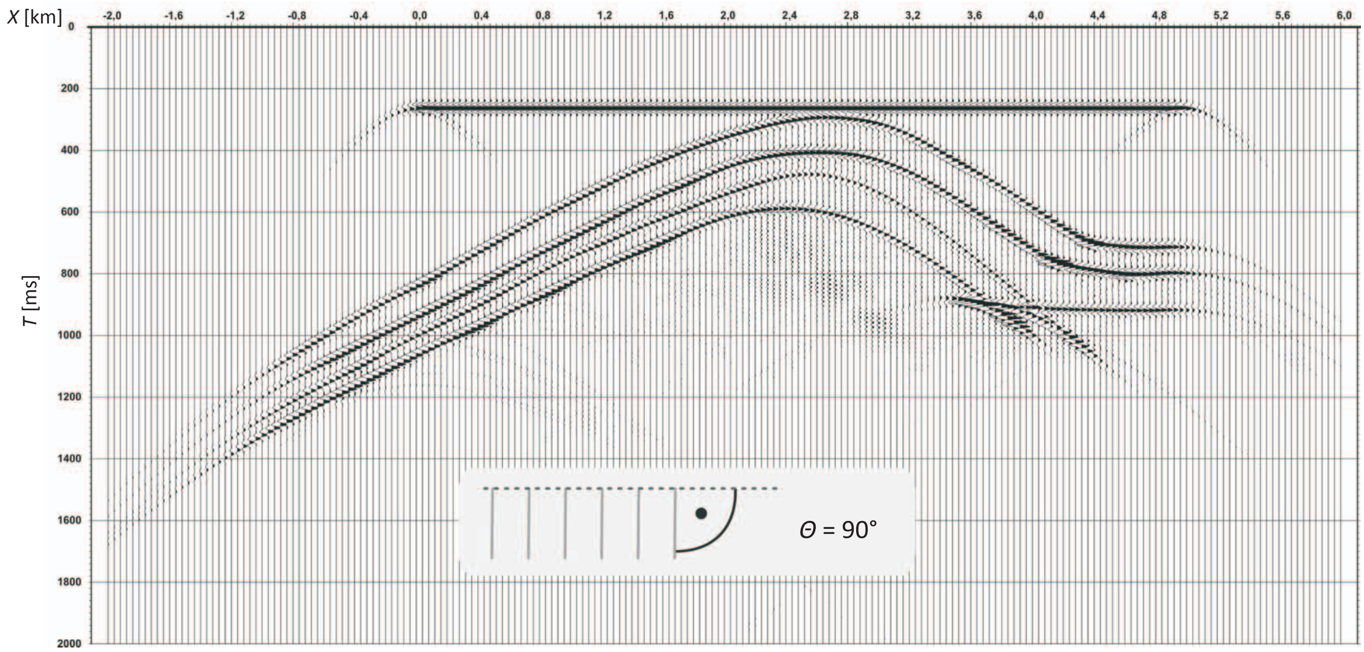
Rys. 5. Migracja głębokościowa zero-offsetowa dla TTI $\theta = -60°$ z rysunku 3



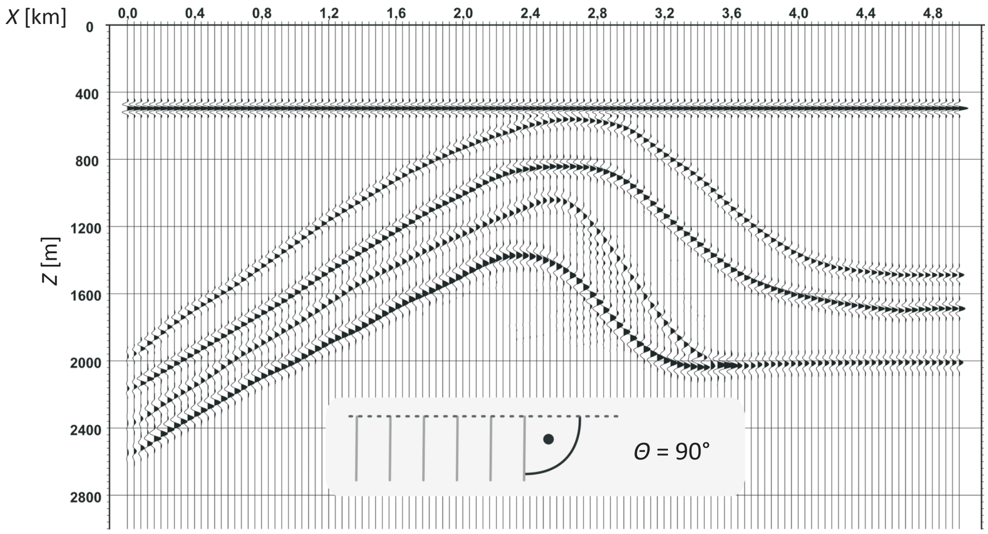
Rys. 6. Migracja zero-offsetowa dla modelu TTI, $\theta = -60°$ sekcji czasowej TTI, $\theta = 60°$ z rysunku 2



Rys. 7. Migracja zero-offsetowa dla modelu TTI, $\theta = 60°$ sekcji czasowej TTI, $\theta = -60°$ z rysunku 3



Rys. 8. Sekcja czasowa zero-offsetowa dla HTI, $\theta = 90°$



Rys. 9. Migracja zero-offsetowa dla modelu HTI, θ = 90° z rysunku 8

Prosimy cytować jako: Nafta-Gaz 2014, nr 12, s. 855–860

Artykuł nadesłano do Redakcji 25.09.2014 r. Zatwierdzono do druku 14.11.2014 r.

Artykuł powstał na podstawie umowy o dofinansowanie nr NR09-0025-10/2010 na podstawie decyzji nr 0962/R/T02/2010/10 z dnia 20.07.2010 r. Projekt był finansowany w ramach POIG (Program Operacyjny Innowacyjna Gospodarka).

Literatura

[1] Alkhalifah T.: *Acoustic approximation for processing in transversely isotropic media*. Geophysics 1998, vol. 63, pp. 623–631.
[2] Alkhalifah T.: *An acoustic wave equation for anisotropic media*. Geophysics 2000, vol. 65, pp. 1239–1250.
[3] Cerveny W.: *Seismic ray theory*. Cambridge Universitety Press 2001.
[4] Du X., Fletcher R., Fowler P. J.: A *new pseudo-acoustic wave equation for TI media*. 70th Annual International Conference and Exhibition, EAGE, Extended Abstracts, H033, 2008.
[5] Duveneck E., Bakker P. M.: *Stable P-wave modeling for reverse time migration in tilted media*. Geophysics 2011, vol. 76, no. 2, pp. 565–575, doi: 10.1190/1.3533964.
[6] Flatcher R., X. Du., Flowler P. J.: *Reverse time migration in tilted transversely isotropic (TTI) media*. Geophysics 2009, vol. 74, no. 6, WCA-179–WCA-187, doi: 101190/1.3269902.
[7] Gazdag I.: *Modeling of the acoustic wave equation with transform methods*. Geophysics 1981, vol. 46, pp. 854–859.
[8] Kelly K. R., Ward R., Treitel S., Alford R.: *Synthetic seismograms. A finite difference approach*. Geophysics 1976, vol. 41, pp. 2–27.
[9] Kosloff D., Filho Q., Tessmer E., Behle A.: *Numerical solution of the acoustic and elastic wave equation by new rapid extention method*. Geophysical Prospecting 1989, vol. 37, pp. 983–994.
[10] Kostecki A., Polchlopek A.: *Generalized migration in frequency – wavenumber domain MG(F-K) in anizotropic media*. Acta Geophysica 2013, vol. 61, no. 3, pp. 624–637.
[11] Kostecki A.: *Algorytm migracji MG(F-K) dla anizotropowego osrodka typu HTI (Horizontal Transversely Isotropy)*. Nafta-Gaz 2010, nr 2, s. 81–84.
[12] Kostecki A.: *Tilted Transverse Isotropy*. Nafta-Gaz 2011, nr 11, s. 769–776.
[13] Loventhal D., Lu L., Robertson R., Sherwod I.: *The wave equation applied to migration*. Geophysical Prospecting 1976, vol. 24, pp. 380–399.
[14] Marfurt K.: *Accuracy of finite-difference and finite-element modeling of the scalar and elastic wave equations*. Geophysics 1984, vol. 49, pp. 533–549.
[15] Tsvankin I., Gaiser J., Grechka V., van der Baan M., Thomsen L.: *Seismic anisotropy in exploration and reservoir characterization: An overview*. Geophysics 2010, vol. 75, pp. 75A15–75A29.
[16] Virieux J.: *P-SV wave propagation in heterogeneous media; velocity-stress finite-difference method*. Geophysics 1986, vol. 51, pp. 889–901.
[17] Yang D., Liu E., Zhang Z., Teng J.: *Finite-difference modeling in two-dimensional anisotropic media using a flux-corrected technique*. Geophysical Journal Int. 2002, vol. 148, pp. 320–328.
[18] Zhan G., Pestana R. C., Stoffa P. L.: *Decoupled equations for reverse time migration in tilted transversely isotropic media*. Geophysics 2012, vol. 77, no. 2, pp. T37–T45, doi: 101190GEO2011-175.1.
[19] Zhang L., Rector III J. W., Hoversten M.: *Finite-difference modelling of wave propagation in acoustic tilted TI media*. Geophyscial Prospecting 2005, vol. 53, pp. 843–852.
[20] Zhu J., Dorman J.: *Two-dimensional, three-component wave propagation in a transversely isotropic medium with arbitrary-orientation-finite element modeling*. Geophysics 2000, vol. 65, pp. 934–942.

Prof. dr hab. inż. Andrzej KOSTECKI
Profesor zwyczajny
Instytut Nafty i Gazu – Państwowy Instytut Badawczy
ul. Lubicz 25A
31-503 Kraków
E-mail: *andrzej.kostecki@inig.pl*

Mgr inż. Krzysztof ŻUŁAWIŃSKI
Starszy specjalista badawczo-techniczny; kierownik Zakładu Sejsmiki.
Instytut Nafty i Gazu – Państwowy Instytut Badawczy
ul. Lubicz 25A
31-503 Kraków
E-mail: *krzysztof.zulawinski@inig.pl*